

# CT有限角度算法的比较研究

注：国家自然科学基金资助项目（项目编号：60772102）

山西省自然科学基金资助项目（项目编号：2010011002-1）

摘要：在医学临床中，C形臂X射线机的应用愈来愈广泛。由于C臂机自身的特点，且所检测物体的密度及形状存在较大差异，使得其在有限角度下所获得的投影图像断截，投影数据不完全。本文主要分析在有限角度下CT图像最优准则重建的算法。通过对迭代重建算法ART、SART以及TV-SART的比较，得知在有限角为 $90^\circ$ 的情况下，TV-SART的重建图像更为清晰，更接近原始图像，从而为基于C形臂CT的成像系统的实现提供可靠的理论支撑。

关键字：CT图像；有限角度；图像重建；迭代算法

中图分类号：TP 391.9

文献标识码：A

文章编号：1006-883X(2011)08-0021-03

郑源彩 刘子龙 薛迎 唐灵洁 ◀◀

## 一、前言

传统的医学手术（如骨科手术）一般由医生借助于X光机和一些简单的医学器械人工手动完成。C形臂移动式X射线机采用高频逆变技术，极大地提高了胶片的成像的质量。C形臂移动式X射线机手术的应用已成为各专业手术发现疑难、解剖变异、导向手术式的基本必备的工具，提高手术治疗质量，提供手术安全性的重要保证<sup>[1]</sup>。但在实际的运用中，由于C臂机自身的特点所限，实验过程中出现几何图像失真，散射以及在有限角度下所得的投影图像断截，投影数据不完全等<sup>[2]</sup>。

CT图像重建技术能将人体中某一薄层中的组织分布情况，通过射线对该薄层的扫描、检测器对透射信息的采集、计算机对数据的处理，并利用可视化技术在显示器或其他介质上显示出来<sup>[3]</sup>，在辅助医生诊断疾病、指导手术计划等方面起到有效的作用。通过参考文献，目前CT重建算法主要有滤波（卷积）反投影算法、迭代法、统计重建算法、直接傅里叶变换法等。在CT(computerized tomography)重建算法中，迭代重建算法凭借它的简单、有效以及所需投影较少、可在数据不完全的情况下成像的特点而越来越受人们的关注。运用的比较广泛的迭代算法有代数重建算法（ART）、联合代数重建算法（SART）、EM（期望值最大）算法、最大熵迭代算法、级数迭代算法等等。

## 二、CT迭代重建算法原理

迭代重建算法<sup>[4]</sup>与其他算法不同的地方在于一开始就把连续的三维图像 $f(x, y, z)$ 离散化。把整个图像区域划分为 $J = m \times m \times m$ 有限个像素，并以 $\hat{f}(x, y, z)$ 表示 $f(x, y, z)$ 的离散值，且每个像素内部 $\hat{f}(x, y, z)$ 为常数。

令 $J = m^3$ ，假设给定一组 $J$ 个基本图像 $\{b_1, b_2, \dots, b_J\}$ ，任何图像能够由其线性组合表示。对 $m \times m \times m$



个象素从 1 到  $J$  对其进行编号, 其中  $1 \leq j \leq J$ , 并定义:

$$b_j(x, y, z) = \begin{cases} 1 & \text{如果}(x, y, z)\text{在第}j\text{个象素内} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (1)$$

由此可得图像  $f(x, y, z)$  的  $m \times m \times m$  个象素图像  $\hat{f}(x, y, z)$  为:

$$\hat{f}(x, y, z) = \sum_{j=1}^J x_j b_j(x, y, z) \quad (2)$$

式中,  $x_j = f(x, y, z)$  在第  $j$  个象素内的平均值, 式 (2) 通常简记为:

$$\hat{f}(x, y, z) = \sum_{j=1}^J x_j b_j \quad (3)$$

从而, 系列重建法可转化为离散重建问题: “对于给定的投影测量矢量  $p$ , 估计其图像矢量  $x$ ”。若离散重建问题解的估计值为  $x^*$ , 则记被重建图像的估计公式为:

$$f^* = \sum_{j=1}^J x_j^* b_j \quad (4)$$

然而, 在实际运用中, 图像矢量  $x$  往往不容易直接得到, 而且在实际的测量中, 测量误差不可避免, 噪声的影响也不可忽视。因此, 我们对理想状态下的投影重建问题  $p = Ax$  加入误差矢量  $w$ , 得到新的投影重建公式:

$$p = Ax + w \quad (5)$$

其中,  $x$ —表示一个三维矢量;

$p$ —表示测量矢量;

$A$ —表示投影矩阵 (规定了象素布置与射线的几何结构,  $A$  就能求出, 且  $A$  是稀疏矩阵);

$w$ —表示测量误差和附加噪声。

重建过程是根据一个测量矢量  $p$  估计  $x$ , 估计是通过要求  $x$  和  $w$  满足指定的最优准则来进行的。

### 三、ART 算法及其改进算法的比较

C 形臂 X 射线机凭借其高精度的成像质量及其使用的方便与安全性, 得到了医学界的广泛应用。但在实际的医学临床运用中, 由于 C 臂机自身的特点所限, 实验过程中出现几何图像失真, 散射以及在有限角度下所得的投影图像断截, 投影数据不完全等。这些问题的出现, 使得解析的重建算法不再适用。针对这些问题, 研究学者们给出了其他的一些有效的算法, 这些算法在一定程度上提高了重建图像质量。

在投影数据缺失, 投影角度受限的情况下, 常采用代数重建算法 (ART), 但 ART 由于其运行速度较慢, 耗费时间较多, 许多研究者将其进行改进, 提出了联合代数重建算法 (SART) 及 TV-SART 算法<sup>[5]</sup>等, 从而提高其运行速度, 改善其图像质量。其中,

ART 迭代公式为:

$$x_j^{(n+1)} = x_j^{(n)} + \lambda_n \frac{r_{ij}}{\|R^i\|^2} (p^i - R^i x^{(n)}) \quad (6)$$

SART 迭代公式为:

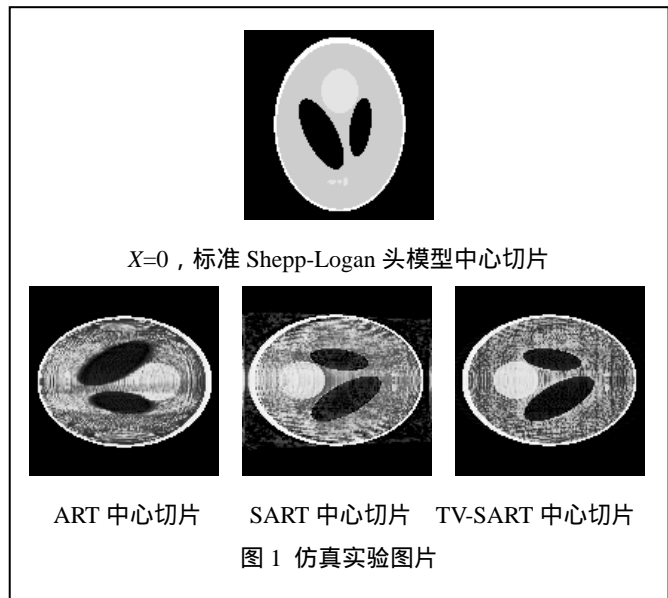
$$x_j^{(n+1)} = x_j^{(n)} + \lambda_n \frac{1}{R_{+,j}} \sum_{i=1}^I \frac{r_{ij}}{R_{i,+}} (p^i - R^i x^{(n)}) \quad (7)$$

上述两个公式的区别主要在于修正因子的选取问题上, 即 ART 算法中对于每一个象素, 通过考虑经过它的一条射线来修正其所对应的方程, 从而达到修正该象素的目的; 而 SART 算法中对于每一个象素, 利用经过该象素的所有射线的修正值来确定对这一个象素的平均修正值, 用这一修正的平均值替代该象素值。

TV-SART 算法则是在 SART 算法的基础上, 引进总变差 (TV) 最优准则, 通过改变其松弛因子, 运用数值外插法, 使得该算法以更快的速度收敛。

### 四、实验结果

C 形臂 CT 重建就是根据一系列二维投影图像计算出目标物体的三维数据, 能够为我们提供感兴趣区域的形状、密度、强度等丰富、准确的信息, 基于以上分析, 本仿真实验以 Shepp-Logan 头部模型为例, 该物体大小为  $256 \times 256 \times 256$ , 切图片大小为  $128 \times 128$ , 灰度级别为  $0 \sim 255$ , 对 360 个投影角度进行等间距扫描, 每个投影方向的探测器个数为 128 个。运用 ART, SART 及 TV-SART 算法在有限角  $90^\circ$  的仿真实验切片如图 1 所示。



## 五、结论

由图 1 可知,在投影数据不完全,投影角度受限的情况下,ART 重建的图像较为模糊,边缘伪影也较为严重;SART 作为 ART 的改进,其重建效果较 ART 好,但还是不很理想,图像轮廓也较为模糊,而 TV-SART 作为 SART 的更进一步的改进,其重建图像相对之前两种算法更为清晰,可以更好地抑制图像的边缘伪影,图像平滑度高,误差也较小,使得重建效果更接近原始图像。

## 参考文献

- [1]张维林.C 形臂 X 射线机运行和应用技术条件探讨[J].中国辐射卫生.2003,12(1):43-44.
- [2]Karl Wiesent,K.Barth,N.Navab,P.Durlak,T.Brunner,O.Schuetz, and W.Seissler, Enhance 3-D-Reconstruction Algorithm for C-Arm Systems Suitable for Interventional Procedures[J],IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000.19(5) : 391-403.
- [3]黎晖.CT 迭代重建算法的加速方法研究[D].江苏:东南大学.2008.
- [4]庄天戈.CT 原理与算法[M].上海:上海交通大学出版社,1992.
- [5]Rudin, L. I., Osher, S., and Fatemi, E., Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J], Physical D, 1992 , 60 : 259-268.

### Comparative study of CT limited angle algorithms

ZHENG Yuan-cai, LIU Zi-long, XUE Ying, TANG Ling-jie  
(North University, Taiyuan 030051, China)

Abstract: C-arm X ray machines are being used more and

more widely in medical clinic field. As the characteristics of C-arm machines, different density values and shapes are got from same target object. This situation results in the broken projection images under the limited angles and incomplete projection data . In this paper the optimality criteria reconstruction algorithm for CT images under limited angles is analyzed mainly. Compared with iterative reconstruction algorithms of ART, SART and TV-SART, the reconstruction images of TV-SART are much clearer and closer to the original images under the limited angles of  $90^{\circ}$ . Consequently, the reliable theoretical bases for imaging systems based on C-arm CT technology are provided.

Keywords: CT image; limited angle; image reconstruction; iterative algorithm

### 作者简介

郑源彩, 中北大学 硕士研究生, 研究方向: CT 图像处理  
通讯地址: 山西省太原市尖草坪区学院路 3 号中北大学 722 信箱 邮编: 030051  
电邮: zhengyuancai@sina.com

刘子龙, 中北大学 硕士研究生, 研究方向: 信号处理  
薛迎, 中北大学 硕士研究生, 研究方向: CT 图像处理  
唐灵活, 理学院研究生, 研究方向: 计算机中的数学问题。

读者服务卡编号 004