

摘要：移动机器人的同时定位和地图重构一直是机器人研究的重要基本问题，有效地解决该问题被认为是真正实现移动机器人自主化的关键。激光测距仪的快速性以及抗噪性满足机器人导航需要的实时性和精确性，因此基于激光的同时定位和地图重构是实际中应用最广泛的方法。本文采用一种改进的快速获取占据栅格地图梯度的近似方法，利用 Sobel 算子作为相关核对栅格地图进行滤波，再进行双线性插值获得地图任意点的梯度值。通过高斯-牛顿方法来寻求每一帧新的观测数据对齐到现有地图的最优位姿，再根据位姿把观测数据更新到地图中，实验结果表明，改进方法可以实现更高精度的建图和定位的功能。

关键词：移动机器人；同时定位与建图；栅格地图；高斯-牛顿法

中图分类号：TP242.6 文献标识码：A 文章编号：1006-883X(2018)03-0007-05

收稿日期：2018-01-24

# 基于高斯牛顿的局部优化 SLAM 系统

郝亚东 张奇志 周亚丽

北京信息科技大学自动化学院，北京 100192

## 一、前言

同时定位与建图 (Simultaneous Localization and Mapping, SLAM<sup>[1]</sup>) 作为一种基础技术，是指搭载特定传感器的主体在没有环境先验信息的情况下，在运动过程中建立环境的模型，同时估计自己的运动。从最早的军事用途（核潜艇海底定位就有了 SLAM 的雏形）到今天，SLAM 已经逐步走入人们的视野。由于计算机视觉技术的快速发展，摄像头和激光雷达成本的降低，SLAM 正在 AR、机器人、无人机、无人驾驶等领域发挥重要作用。

近些年来，随着传感器和相关 SLAM 算法的发展，SLAM 研究取得了长足的进展。研究的热点根据传感器的不同大体上可分为基于激光的 SLAM，以及基于视觉的 SLAM。视觉 SLAM 有很丰富的信息量，能够很好地识别环境，但这种方法制出来的地图不够精确，而且由于需要处理的数据过多，无法保证算法的实时性。激光 SLAM 制图较为准确，且有很高的实时性，很适合室内小环境的 SLAM。

激光传感器抗干扰性好，所得信息准确。相较于其他主动传感器，激光测距仪在获得某一帧的数据时，

能够测量更大的角度和更多的数据点，而且测量的距离信息也更加准确。虽然利用激光雷达作为外部传感器的机器人 SLAM 成本高昂，但却是目前为止最稳定、最可靠的 SLAM 方式。

现如今，SLAM 技术已经展示了广阔的发展空间，而且在各个领域占据着举足轻重的地位，这使得 SLAM 问题的研究极具意义。近年来，在 SLAM 问题上已经有了大量的研究，目前应用最广的 2D SLAM 方法是 Hector 和 Gmapping<sup>[2]</sup>。Rao-Blackwellized 粒子滤波算法 (Rao-Blackwellized Particle Filter, RBPF)<sup>[3]</sup> 是目前对于室内同时定位与建图的典型解决方案。

SLAM 系统可以分为前端和后端两部分。SLAM 前端用于估计机器人实时在线运动，最常用的方法是扫描匹配<sup>[4-5]</sup>方法。而后端根据前端已经生成的位姿图来进行优化。主流方案就两种，基于概率学理论的贝叶斯滤波器 (EKF<sup>[6-7]</sup>, PF) 以及基于优化的方法。

随着移动机器人研究的兴起，扫描匹配方法被迅速地应用于机器人定位和环境建图之中。其中，迭代最近点 (ICP)<sup>[8-9]</sup> 方法是实现扫描匹配中最常用的一种方法。ICP 的主要缺点是需要反复寻找对应点，在

应用中收敛速度慢，计算成本很大。

本文采用 Sobel 算子来计算栅格地图的梯度，再对其进行双线性插值获得地图上任意点的梯度，通过高斯 - 牛顿方法来寻找局部最优值，充分利用激光雷达的高更新率，采用较低的计算成本的方法，可以实现可靠精度的建图和定位的功能。

## 二、SLAM 系统的构成

该 SLAM 系统主要分为栅格地图的构造、激光数据匹配求取位姿、更新地图，最终建立整体地图。

### 1、地图构造

栅格地图作为一种激光雷达在实际环境中进行定位的已证实方法，可以呈现任意环境。但栅格地图的离散属性限制了地图精度，也不允许直接计算插值或梯度值。这里采用一种双线性过滤的方案来估计栅格概率值和梯度值，这样一来栅格地图单元格值就可以被视为一个连续概率分布。

给定一个连续地图坐标  $P_m$ ，其栅格概率值和梯度值可以近似通过距离  $P_m$  周围最近的 4 个整数坐标  $P_{00}$ ,  $P_{10}$ ,  $P_{01}$ ,  $P_{11}$  来计算， $P_m$  地图概率值  $M(P_m)$  具体实现按式 (1) 进行插值<sup>[10]</sup>：

$$M(P_m) \approx \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \cdot M(P_{11}) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} \cdot M(P_{01}) \right) + \frac{y_1-y}{y_1-y_0} \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \cdot M(P_{10}) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} \cdot M(P_{00}) \right) \quad (1)$$

这样我们已经获得的近似地图的表达式，对其求导就可以进一步求取地图的梯度，具体的求梯度的方法是对式 (1) 分别求偏导，如式 (2) 和式 (3)：

$$\frac{\partial M}{\partial x}(P_m) \approx \frac{y-y_0}{y_1-y_0} (M(P_{11})+M(P_{01})) + \frac{y_1-y}{y_1-y_0} (M(P_{10})+M(P_{00})) \quad (2)$$

$$\frac{\partial M}{\partial y}(P_m) \approx \frac{x-x_0}{x_1-x_0} (M(P_{11})-M(P_{10})) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} (M(P_{01})-M(P_{00})) \quad (3)$$

### 2、激光匹配

扫描匹配是将激光扫描数据与现有的地图进行对

齐的过程。现在的激光雷达具备测量噪声低和扫描频率高的特性，所获取的激光数据比较准确，因此扫描匹配方法可以产生一个很准确的结果。

采用的方法是优化对齐激光数据到现有的地图中，我们试图找到激光雷达的位姿  $\xi=(p_x, p_y, \varphi)^T$ ，使以下目标函数式 (4) 达到最小：

$$\xi^* = \arg \min_{\xi} \sum_{i=1}^n [1 - M(S_i(\xi))]^2 \quad (4)$$

其中， $M(S_i(\xi))$  表示  $S_i(\xi)$  坐标下为障碍物的概率，1 表示 100% 障碍物，0 表示 100% 空闲区域。

我们想要找到最好的位姿转换来把激光扫描数据校准到现有的地图中。其中根据给定机器人的位姿，激光光束的端点在世界坐标下的坐标计算如式 (5) 所示：

$$S_i(\xi) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{i,x} \\ s_{i,y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} \quad (5)$$

给定一个初值  $\xi$ ，我们想通过估计  $\Delta \xi$  来优化以下测量误差，使得式 (6) 趋于零：

$$\sum_{i=1}^n [1 - M(S_i(\xi + \Delta \xi))]^2 \rightarrow 0 \quad (6)$$

通过泰勒展开  $M(S_i(\xi + \Delta \xi))$  得到式 (7)：

$$\sum_{i=1}^n \left[ 1 - M(S_i(\xi)) - \nabla M(S_i(\xi)) \frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} \Delta \xi \right]^2 \rightarrow 0 \quad (7)$$

这个方程通过设置式 (8) 关于  $\Delta \xi$  的偏导数为零来求最小值：

$$2 \sum_{i=1}^n \left[ 1 - M(S_i(\xi)) - \nabla M(S_i(\xi)) \frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} \Delta \xi \right] \cdot \left[ \nabla M(S_i(\xi)) \frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} \Delta \xi \right]^T = 0 \quad (8)$$

通过解出  $\Delta \xi$  来实现高斯 - 牛顿最小化问题：

$$\Delta \xi = H^{-1} \sum_{i=1}^n \left[ \nabla M(S_i(\xi)) \frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} \right]^T [1 - M(S_i(\xi))] \quad (9)$$

其中： $H = \sum_{i=1}^n \left[ \nabla M(S_i(\xi)) \frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} \right]^T \left[ \nabla M(S_i(\xi)) \frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} \right]$  (10)

$$\frac{\partial S_i(\xi)}{\partial \xi} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin(\varphi)s_{i,x} - \cos(\varphi)s_{i,y} \\ 0 & 1 & \cos(\varphi)s_{i,x} - \sin(\varphi)s_{i,y} \end{pmatrix} \quad (11)$$

这样我们就能求出将激光数据对齐到现有地图中的估计位姿。

### 3、地图的更新

在求解出机器人姿态以后，我们已经能够根据现在的姿态更新地图了，更新地图的具体方法为，对于地图的网格的原始数据：

激光束的顶点（hit），存在障碍物的可能性变高，所以增加一个权重；

激光束上的其他点（miss），存在障碍物的可能性变小，所以减少一个权重；

激光束的始点（original point），存在障碍物的可能性变小，所以减少一个权重。

根据以下公式（12）可以求出障碍物存在的概率：

$$M = \frac{e^x}{1+e^x} \quad (12)$$

其中， $x$  代表网格的原始数据的值；

$M$  代表障碍物存在的概率。

### 三、改进获取占据栅格地图梯度的近似方法

原来获取占据栅格地图概率值和地图梯度的近似方法是先通过双线性插值得到栅格地图的概率值，然后对其求导获取地图梯度。栅格地图的概率值本身就是线性插值近似的，再对其求导得到的地图梯度的误差就会更大。于是，参照获取地图概率值的方式，通过图像获取梯度的方法先获取离散的梯度值矩阵，再对其进行插值计算。

这里采用 Sobel 算子来求取栅格地图的梯度，在  $x$ 、 $y$  两个方向上的 Sobel 算子模板为：

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

通过对栅格地图  $M$  的二维矩阵用 Sobel 算子作为相关核进行滤波，可以获取栅格地图梯度的离散值， $g_x$  和  $g_y$  分别为  $x$ 、 $y$  两个方向上的地图梯度矩阵。然后和获取地图概率值一样，再对栅格地图梯度值进行插值：

$$g_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes M \quad (13)$$

$$g_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \otimes M \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial x}(P_m) &\approx \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \cdot g_x(P_{11}) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} \cdot g_x(P_{01}) \right) \\ &+ \frac{y_1-y}{y_1-y_0} \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \cdot g_x(P_{10}) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} \cdot g_x(P_{00}) \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial y}(P_m) &\approx \frac{y-y_0}{y_1-y_0} \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \cdot g_y(P_{11}) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} \cdot g_y(P_{01}) \right) \\ &+ \frac{y_1-y}{y_1-y_0} \left( \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \cdot g_y(P_{10}) + \frac{x_1-x}{x_1-x_0} \cdot g_y(P_{00}) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

原有方法对栅格地图概率值  $M$  直接求导获取地图梯度。改进获取地图梯度的方法后，利用 Sobel 算子作为相关核和栅格地图概率值  $M$  进行相关运算，求出地图梯度的离散矩阵  $g_x$  和  $g_y$ ，再对其进行双线性插值。采用原有方法和改进方法分别对模拟实验数据进行建图测试，效果图见图 1 和图 2。

通过对照图 1 和图 2 的效果，可以明显看出改进后的建图精度得到了提升。

### 四、实验

为了进一步验证改进方法，在实验室环境下利用机器人采集真实激光雷达扫描数据，进行建图实验。

依照上述 SLAM 系统的框架逻辑，首先建立采用一种可通过双线性过滤的方案来估计栅格概率值和梯度值的近似连续分布的栅格地图，然后根据高斯-牛顿优化方法来寻求能获得当前观测值的栅格地图上的最优位姿，从而确定两帧数据的位姿关系，最后把当前的观测数据更新到栅格地图里，为下一次激光数据

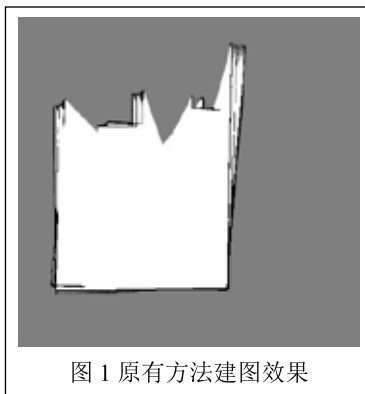


图 1 原有方法建图效果

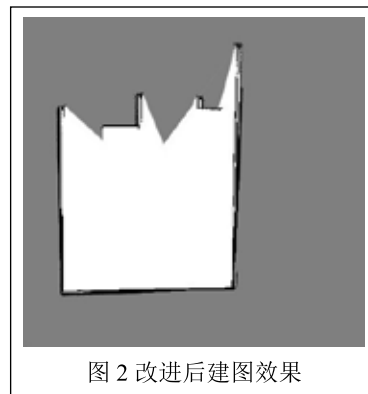


图 2 改进后建图效果



图 3 实验室环境

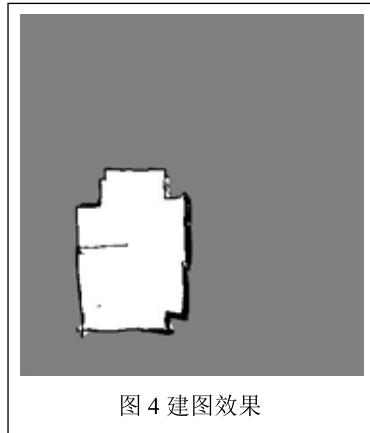


图 4 建图效果

的匹配做准备, 实现了同时定位与建图的功能。

为了测试编写算法的效果, 在实验室搭建环境, 机器人采集数据, 进行建图效果的测试。机器人的激光雷达采用的是 HOKUYO 公司的 UTM-30LX 激光扫描测距仪, 该产品拥有 30m, 270° 测量范围, DC12V 输入, 采用 ToF (Time of Flight) 激光时间飞行原理进行距离测量。

在实验室搭建如图 3 所示环境, 利用手柄控制机器人的运动, 使机器人的激光雷达能够逐渐扫描到整个周围环境, 寻求把每一帧新的扫描数据对齐到地图中的最优位姿, 根据位姿更新现有地图。当机器人的激光雷达获取了环境中的所有数据信息, 就可以完整地构建出室内环境的二维地图。建图效果如图 4 所示。

## 五、结论

本文充分利用激光雷达的高更新率, 采用较低的计算成本的 SLAM 方法。改进了获取栅格地图梯度的方法, 利用 Sobel 算子和栅格地图概率值矩阵进行互相关运算, 求出地图梯度的离散矩阵, 再对其进行双线性插值, 获得地图上任意点的梯度。通过高斯-牛顿方法来寻求每一帧新的观测数据对齐到现有地图的最优位姿, 确定了机器人的位姿就可以根据位姿把观测数据更新到地图中, 从而建立环境地图。

## 参考文献

[1] M. N. Dailey, M. Parnichkun. Landmark-based Simultaneous Localization and Mapping with Stereo Vision[A]. In: Proceedings

of the 2005 Asian Conference on Industrial Automation and Robotics[C]. Bangkok, Thailand: Springer LNCS, 2005: 108-113.

[2] G. Grisetti, C. Stachniss, W. Burgard. Improved Techniques for Grid Mapping with Rao-Blackwellized Particle Filters[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(1): 34-46.

[3] R. Sim, P. Elinas, J. J. Little. A Study of the Rao-Blackwellised Particle Filter for Efficient and Accurate Vision-Based SLAM[J]. International Journal of Computer Vision, 2007, 74(3): 303-318.

[4] 丁帅华. 基于局部子图匹配的 SLAM 研究方法[J]. 机器人, 2009, 31(4): 296-303.

[5] E. B. Olson. Real-time correlative scan matching[A]. In: Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation[C]. IEEE, 2009: 1233-1239.

[6] 刘建华, 刘华平, 杨建国等. 测距式传感器同时定位与地图创建综述[J]. 智能系统学报, 2015, 10(5): 655-662.

[7] T. Bailey, J. Nieto, J. Guivant, M. Stevens. Consistency of the EKF-SLAM Algorithm[A]. In: 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems[C]. IEEE, 2006: 3562-3568.

[8] S. Rusinkiewicz, M. Levoy. Efficient variants of the ICP algorithm[A]. In: Proceedings of 2001 Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling[C]. IEEE Computer Society, 2001: 145.

[9] 顾文华, 周波, 戴先中. 基于 ICP 匹配算法的室内移动机器人定位[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2013, 41(s1): 262-266.

[10] S. Kohlbrecher, J. Meyer et al. A Flexible and Scalable SLAM System with Full 3D Motion Estimation[A]. In: Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)[C]. IEEE, 2011: 155-160.

## Local Optimization SLAM System Based on Gauss-Newton Method

HAO Ya-dong, ZHANG Qi-zhi, ZHOU Ya-li

(Institute of Automation, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China)

**Abstract:** Simultaneous Localization and Mapping (SLAM) of mobile robots has been an important basic

problem in robotics research. Effective solution to SLAM problem is considered to be the key to realize the autonomy of mobile robots truly. The rapidity and noise immunity of laser rangefinder meet the real-time and accuracy of robot navigation. Therefore, the laser-based SLAM is the most widely applied method in practice. In this paper, an improved method is used to get the gradient of occupying grid map quickly. Sobel operator is used to filter grid map and get bilinear interpolation to get the gradient value of any point. Gauss-Newton method is used to find the optimal pose of each new observation data to the existing map, and then the observation data are updated to the map according to the pose. The experimental results show that the improved method can achieve the functions of Localization and Mapping with higher accuracy.

**Key words:** mobile robots; Simultaneous Localization and Mapping(SLAM); grid map; Gauss -Newton method

#### 作者简介

郝亚东：北京信息科技大学，研究生，研究方向为模式识别与智能系统。

通讯地址：北京市海淀区清河小营东路 12 号北京信息科技大学

邮编：100192

邮箱：1830040892@qq.com

张奇志：北京信息科技大学，教授，博士，主要研究方向为机器人控制。

周亚丽：北京信息科技大学，教授，博士，主要研究方向为机器人控制及信号处理研究。